۱- به ازای کدام مقدار m معادله درجه دوم $mx^2 + 5x + m^2 - 6 = 0$ دو ریشه حقیقی و معکوس هم دارد؟

۱) -3 ۲) -2 ۳) 2 ۴) 3

۲- خطی با ضریب زاویه m از نقطه $(2 , 1)$ گذشته و محورهای مختصات را در A و B قطع می‌کند. به ازای کدام مقدار m مساحت مثلث OAB برابر ۴ واحد مربع است؟ (O مبداء مختصات است)

۱) 3 ۲) 2 ۳) -2 ۴) -3

۳- اگر تابع $f = \{(-2 , 2) , (m , 3) , (-1 , 3) , (2m , a)\}$ یک به یک باشد، a کدام است؟

۱) -2 ۲) -1 ۳) 1 ۴) 2

۴- اگر تابع با ضابطهٔ $f(x) = x^2 + (A - 1)x$ زوج و تابع با ضابطه $g(x) = (B + 2)x^2 + \sin x$ فرد باشد، $A + B$ کدام است؟

۱) -2 ۲) -1 ۳) 1 ۴) 2

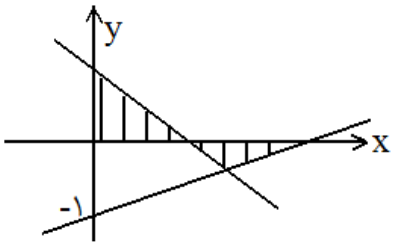
۵- لگاریتم عددی در مبنای a ، برابر b است. لگاریتم این عدد در کدام مبنا برابر $\frac{b}{3}$ است؟

۱) a^3 ۲) $3a$ ۳) $\sqrt[3]{a}$ ۴) $\frac{a}{3}$

۶- اگر نامساوی‌های $|x - 1| > 0/1$ و $A < 2x - 3 < B$ معادل باشند، آنگاه $A + B$ کدام است؟

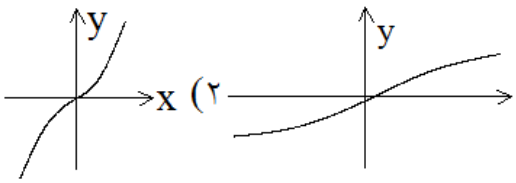
۱) $-2/1$ ۲) -2 ۳) $-1/1$ ۴) -1

۷- با توجه به شکل مقابل مساحت قسمت هاشور زده کدام است؟

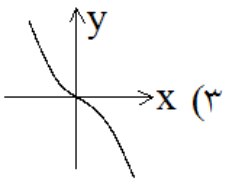


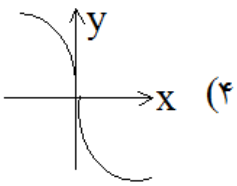
۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{3}{5}$ ۴) $\frac{4}{5}$

۸- اگر f با ضابطه $f(x) = x^3 + x$ باشد، نمودار f^{-1} به کدام صورت است؟

۱) 

۲)

۳) 

۴) 

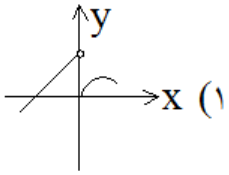
۹- حاصل $\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{|x| - [x]}{2|x| + [x]}$ کدام است؟

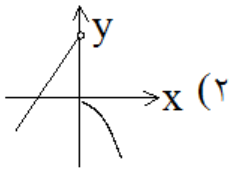
۱) -1 ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) 1

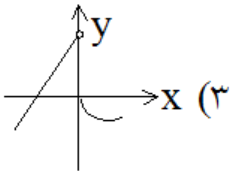
۱۰- عرض نقطه تلاقی خط مجانب مایل نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^۲ + ۱}{x - ۲}$ با محور yها کدام است؟

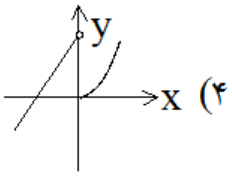
۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۲

۱۱- کدام شکل قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ۲ + x & x < ۰ \\ ۲x - x^۲ & x \geq ۰ \end{cases}$ است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۲- تابع f با ضابطه $f(x) = (x - ۱)[x]$ بر بازه $[۰ , ۲]$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

۱) سه ۲) دو ۳) یک ۴) هیچ

۱۳- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x + ۳| & ; x \neq -۳ \\ ۳ & ; x = -۳ \end{cases}$ در نقطه $x = -۳$ ....

۱) از چپ پیوسته نیست و از راست پیوسته نیست. ۲) فقط از راست پیوسته است.

۳) فقط از چپ پیوسته است. ۴) هم از راست و هم از چپ پیوسته است.

۱۴- اگر تابع f در نقطه $x = ۱$ حد داشته و $\lim\limits_{x \to ۱} \frac{۲f(x) - ۱}{f(x) + ۱} = ۱$، آنگاه $\lim\limits_{x \to ۱} f(x)$ کدام است؟

۱) -۳ ۲) -۲ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۵- مقدار مشتق عبارت $\cot g\, x^۲$ در نقطه $x = \frac{\sqrt{\pi}}{۲}$ کدام است؟

۱) $۲\sqrt{\pi}$ ۲) $\sqrt{\pi}$ ۳) $-\sqrt{\pi}$ ۴) $-۲\sqrt{\pi}$

۱۶- تابع با ضابطه $f(x) = x^۲ + ax + ۴$ می‌نیممی برابر ۳ دارد، a کدام است؟

۱) ± ۴ ۲) ± ۳ ۳) ± ۲ ۴) ± ۱

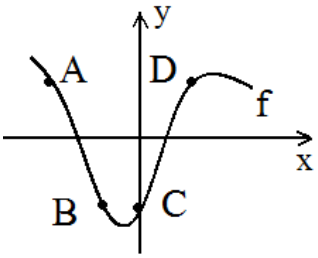
۱۷- از نقطه $(۳ , -۱)$ دو خط مماس بر منحنی تابع $y = ۱ + \frac{۱}{x}$ رسم شده است حاصلضرب طولهای دو نقطه تماس کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۱۸- بیشترین حجم از بین مخروطهایی که طول مولد آنها $۳\sqrt{۳}$ سانتیمتر است، کدام است؟

۱) ۱۲π ۲) ۱۵π ۳) ۱۸π ۴) ۲۷π

۱۹- در کدام نقاط از نمودار شکل مقابل، مقادیر f' و f'' هر دو مثبت می‌باشند؟



۱) A　　۲) B

۳) C　　۴) D

۲۰- به ازای کدام مقادیر m خط به معادله $y = m$ منحنی تابع $y = x^{۳} - ۶x^{۲}$ را سه نقطه متمایز قطع می‌کند؟

۱) $-۸ < m < ۸$　　۲) $-۱۶ < m < ۱۶$　　۳) $-۶۴ < m < ۳۲$　　۴) $-۳۲ < m < ۰$

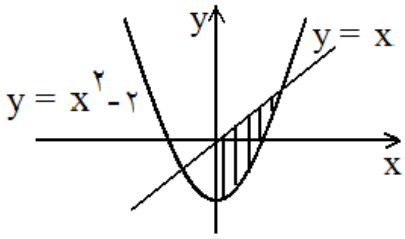
۲۱- اگر $\int f(x)dx = A(x)$، آنگاه $\int f\left(\frac{۳}{۴}x\right)dx$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۴}A\left(\frac{۳}{۴}x\right)$　　۲) $\frac{۳}{۴}A\left(\frac{۴}{۳}x\right)$　　۳) $\frac{۴}{۳}A\left(\frac{۳}{۴}x\right)$　　۴) $\frac{۴}{۳}A\left(\frac{۴}{۳}x\right)$

۲۲- حاصل $\int_{۰}^{\frac{\pi}{۴}} \frac{dx}{Cos^{۲}x\sqrt{۱ + tg\,x}}$، کدام است؟

۱) $۲\left(\sqrt{۲} - ۱\right)$　　۲) $۲\sqrt{۲} - ۱$　　۳) $۲\sqrt{۲} + ۱$　　۴) $۲\left(\sqrt{۲} + ۱\right)$

۲۳- با توجه به شکل مقابل مساحت قسمت هاشورزده کدام است؟



۱) ۳　　۲) $\frac{۱۰}{۳}$

۳) $\frac{۱۱}{۳}$　　۴) ۴

۲۴- خلاصه شده عبارت $tg\,۲۰^{\circ}(۱ + Cos\,۴۰^{\circ})$ برابر کدام است؟

۱) $Sin\,۲۰^{\circ}$　　۲) $Sin\,۴۰^{\circ}$　　۳) $Cos\,۲۰^{\circ}$　　۴) $Cos\,۴۰^{\circ}$

۲۵- حاصل عبارت $\frac{Sin\,x\,Cos\,۳x}{Sin\,۲x} - Cos\,۲x$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$　　۲) $Cos\,x$　　۳) $Sin\,x$　　۴) $-\frac{۱}{۲}$

۲۶- کدام قضیه به صورت قضیه دو شرطی بیان **نمی‌شود**؟

۱) در مثلث متساوی‌الساقین ارتفاع و میانه یک ضلع بر هم منطبقند

۲) در مثلث قائم‌الزاویه عمود منصف اضلاع بر روی وتر متقاطع‌اند

۳) در مثلث قائم‌الزاویه یکی از میانه‌ها نصف وتر است

۴) در هر مثلث ضلع مقابل به زاویه‌ی ۹۰° بزرگترین ضلع است

۲۷- در دایره‌ای به مساحت $۴\pi\sqrt{۳}$ ، مثلث متساوی‌الاضلاعی محاط شده است، مساحت مثلث کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۷/۵ ۳) ۸ ۴) ۹

۲۸- دو دایره با شعاع‌های ۹ و ۱۲ واحد مماس درونی‌اند. اندازه بزرگترین قطعه مماسی که یک سر آن بر روی دایره بزرگتر و سر دیگر آن نقطه تماس بر روی دایره کوچکتر باشد، برابر کدام است؟

۱) ۹ ۲) $۸\sqrt{۲}$ ۳) ۱۲ ۴) $۸\sqrt{۳}$

۲۹- خط به معادلهٔ $۲y + x = ۲$ را تحت تجانس $D(x , y) = (۲x , ۲y)$ تبدیل و سپس نمودار حاصل را تحت بازتاب (قرینه) نسبت به خط $y = -x$ تصویر می‌کنیم. معادلهٔ تصویر کدام است؟

۱) $۲x + y + ۴ = ۰$ ۲) $۲x - y - ۴ = ۰$ ۳) $۲y - x - ۴ = ۰$ ۴) $۲x + y + ۱ = ۰$

۳۰- اگر دو خط متمایز، از نقطه مفروض O گذشته و با خط مفروض d متقاطع، و با صفحه p موازی باشند، وضع خط d و صفحه p چگونه است؟ $(O \notin d)$

۱) $d \parallel p$ ۲) $d \in p$ ۳) $d \perp p$ ۴) $d \cap p \neq \varnothing$

۳۱- حاصلضرب داخلی دو بردار با اندازه‌های مساوی، برابر با مربع اندازه هر یک از دو بردار است، زاویه بین دو بردار چند درجه است؟

۱) صفر ۲) ۳۰ ۳) ۴۵ ۴) ۹۰

۳۲- اگر $\vec{V_۱} = ۲\vec{i} - \vec{j} + ۳\vec{k}$ و $\vec{V_۲} = -\vec{i} + ۲\vec{k}$ ، تصویر بردار $\vec{V_۱} \times \vec{V_۲}$ روی محور oy کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۵ ۳) -۵ ۴) -۷

۳۳- صفحه عمود منصف پاره خط واصل بین دو نقطه $(۱ , ۲ , -۱)$ و $(۱ , ۰ , ۱)$ موازی کدام است؟

۱) محور oy ۲) محور oz ۳) صفحه xoy ۴) صفحه xoz

۳۴- اگر $\begin{vmatrix} ۲ & ۷ \\ -۱ & ۱ \end{vmatrix} + x = A$ ، مقدار A کدام است؟ $\begin{vmatrix} ۱ & ۲ & ۷ \\ ۲ & -۱ & ۱ \\ x & ۱ & ۲ \end{vmatrix}$

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۳۵- با توجه به ماتریس دوران در صفحه ، حاصل ماتریس $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{۲}}{۲} & -\frac{\sqrt{۲}}{۲} \\ \frac{\sqrt{۲}}{۲} & \frac{\sqrt{۲}}{۲} \end{bmatrix}^{۴}$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} ۰ & -۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} -۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} -۱ & ۰ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} ۰ & -۱ \\ -۱ & ۰ \end{bmatrix}$

۳۶- ماتریس $\begin{bmatrix} ۱ & ۲ & -۱ \\ ۲ & -۱ & ۳ \\ -۲ & ۲ & ۱ \end{bmatrix}$ با اعمال سطری مقدماتی (روش حذفی گوس) به ماتریس $\begin{bmatrix} ۱ & ۲ & -۲ \\ ۰ & ۴ & a \\ ۴ & ۱ & ۰ \end{bmatrix}$ تبدیل شده است، a کدام است؟

۱) -۳ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۳۷- اگر $S = \{(x , y) : ۲y - x \leqslant ۲ , x + y \geqslant ۳\}$ و $A = \{(x , y) : x \leqslant ۴\}$ زیرمجموعه‌هایی از $R^{۲}$ باشند و $B = A \cap S$ ، فاصلهٔ دورترین نقطه ناحیهٔ B تا مبدأ مختصات کدام است؟

۱) $۳\sqrt{۲}$ ۲) ۵ ۳) $۴\sqrt{۲}$ ۴) ۶

۳۸- از بین ۸ نفر قبول‌شدگان المپیاد ۳ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم تعداد عضوهای پیشامد A که در آن فرد مورد نظر از بین آنها، انتخاب شده باشد کدام است؟

۱) ۲۸ ۲) ۲۴ ۳) ۲۱ ۴) ۱۴

۳۹- در پرتاب یک تاس اگر ۶ ظاهر شود مجاز به پرتاب تاس دوم هستیم، در غیر اینصورت دو سکه پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال لااقل یک سکه «رو» ظاهر می‌شود؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۵}{۱۲}$

۴۰- اگر A و B دو پیشامد ناسازگار از فضای نمونه‌ای S باشند کدام رابطه بین احتمال پیشامدها درست است؟

۱) $p(A) . p(B) = ۱ - p(A' \cup B')$ ۲) $p(A) . p(B) = ۱ - p(A') . p(B')$

۳) $p(A) + p(B) + p(A' \cup B') = ۱$ ۴) $p(A) + p(B) + p(A' \cap B') = ۱$

۴۱- به ازای کدام مقدار b عدد پنج رقمی a۱aba بر عدد ۷ بخشپذیر است؟

۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۶ ۷) ۸

۴۲- اگر برای هر عدد طبیعی n ، عدد a^{n} بر b^{n} بخشپذیر باشد، کدام گزاره در مورد بزرگترین مقسوم علیه مشترک و کوچکترین مضرب مشترک دو عدد **نادرست است**؟

۱) $(a , b^{۲}) = b^{۲}$ ۲) $[a^{۲} , b] = a^{۲}$ ۳) $(a , b) = |b|$ ۴) $[a , b] = |a|$

۴۳- رقم یکان کوچکترین عدد سه رقمی a که در رابطه همنهشتی: (پیمانه ۹) $۱۳a \equiv ۱۱$ صدق می‌کند، کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۴- معادله سیاله خطی $۷x + ۵y = ۱۳۰$ در مجموعه اعداد طبیعی چند جواب دارد؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

۴۵- نقطه M بر روی نیم‌دایره‌ای به قطر $AB = ۹$ در حرکت است تصویر نقطه M بر قطر AB با سرعت ثابت ۰/۰۵ واحد در ثانیه از نقطه A دور می‌شود در لحظه‌ای که این فاصله برابر ۶/۲۵ واحد است، سرعت افزایش طول وتر AM کدام است؟

۱) ۰/۰۲۴ ۲) ۰/۰۳۰ ۳) ۰/۰۴۵ ۴) ۰/۰۷۲

۴۶- تفاضل مجموع بالا و مجموع پایین ریمان برای تابع f با ضابطه $f(x) = x + ۱$ بر بازه $[۰ , ۱]$ برای $n = ۶$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۷}$ ۳) $\frac{۵}{۳۶}$ ۴) $\frac{۷}{۳۶}$

۴۷- نمودار تابع f در بازه $[۱ , -۱]$ نسبت به مبداء مختصات متقارن است. اگر f بر $[۱ , -۳]$ پیوسته و $\int_{۰}^{۱} f(x)dx = A$ و $\int_{-۳}^{-۱} f(x)dx = B$، حاصل $\int_{-۳}^{۱} f(x)dx$ کدام است؟

۱) B ۲) $۲A$ ۳) $A + ۲B$ ۴) $۲A + B$

۴۸- اصل استقراء ریاضی در مورد حکم «$p(n) : ۱ + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + ... + \frac{۱}{n} < \frac{۵n}{۱۲}$» برای اعداد طبیعی $n \geqslant m$ برقرار است، کوچکترین مقدار m کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۴۹- بین هر دو رأس از گراف G دقیقاً یک مسیر وجود دارد. اگر این گراف شامل ۷ رأس از درجه یک و ۵ رأس از درجه ۲ و k رأس از درجه ۳ باشد، k کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

۵۰- چند عدد ۴ رقمی با ارقام ۴، ۳، ۲ و ۱ وجود دارد که در آنها هر یک از رقمهای ۴ و ۲ حداقل یکبار ظاهر شوند؟

۱) ۱۱۰ ۲) ۱۰۴ ۳) ۱۱۶ ۴) ۱۲۰

۵۱- در پرتاب دو تاس باهم، اگر «متغیر تصادفی x برابر مجموع دو عدد ظاهر شده» با تابع احتمال $P(X= x) = a - \frac{|x - ۷|}{۳۶}$ باشد، a کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$