۱- تابع $f : R \to R$ با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} 1 + \sqrt{x} & x \geq 0 \\ x + 2 & x < 0 \end{cases}$ چگونه است؟

۱) پوشا - یک‌به‌یک ۲) پوشا - غیریک‌به‌یک ۳) غیرپوشا - یک‌به‌یک ۴) غیرپوشا- غیریک‌به‌یک

۲- اعداد طبیعی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که آخرین جمله‌ی هر دسته، مجذور کامل باشد:

$(1), (2,3,4), (5,6,7,8,9), \ldots$ مجموع جملات در دسته‌ی دهم کدام است؟

۱) ۱۶۹۱ ۲) ۱۷۱۰ ۳) ۱۷۲۹ ۴) ۱۷۴۸

۳- تفاضل جمله‌ی دهم از جمله‌ی دوازدهم یک تصاعد عددی ۵ و مجموع جمله‌ی دهم و دوازدهم ۲۵ است. جمله‌ی بیست‌ویکم این تصاعد کدام است؟

۱) ۳۵ ۲) ۳۶ ۳) ۳۷/۵ ۴) ۳۸/۵

۴- اگر $\alpha + \beta = 135^\circ$ و $\tan(\alpha - \beta) = \frac{3}{4}$، مقدار کسر $\frac{\cos^2\alpha\cos^2\beta - \sin^2\alpha\sin^2\beta}{\sin^2\alpha\cos^2\beta - \cos^2\alpha\sin^2\beta}$ کدام سات؟

۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{-3}{4}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{-4}{3}$

۵- اگر $f(x) = \frac{x}{2 - x}$ و $(gof)(x) = \frac{1}{2}x$، ضابطه‌ی تابع g برابر کدام است؟

۱) $\frac{x}{x + 1}$ ۲) $\frac{x - 1}{x}$ ۳) $\frac{x}{x - 1}$ ۴) $\frac{x + 1}{x}$

۶- به‌ازای کدام مقدار m، عدد $\sqrt{2}$ واسطه‌ی هندسی بین ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $mx^2 - 5x + m^2 - 3 = 0$ است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۳ ۴) -۳

۷- حاصل عبارت $\frac{\sin 5a - \sin 3a}{\cos 5a - \cos 3a}$ به ازای $a = 7/5^\circ$ کدام است؟

۱) $\sqrt{3}$ ۲) $-\sqrt{3}$ ۳) ۳ ۴) -۳

۸- حاصل ضرب حد چپ و حد راست تابع با ضابطه‌ی $f(x) = [x] + \text{sgn}(x)$ وقتی $x \to 0$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) -۲

۹- تعداد نقاط ناپیوستگی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sin(\pi(x - [x]))$ روی بازه‌ی $(2,6)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۰- اگر $f(x) = x + \cos^5(g(x))$، $g(0) = \frac{\pi}{6}$ و $f'(0) = 1$ مقدار $f''(0)$ چند برابر $g''(0)$ است؟

۱) $-\frac{45}{16}$ ۲) $\frac{45}{16}$ ۳) $\frac{45}{32}$ ۴) $-\frac{45}{32}$

۱۱- دوره‌ی تناوب اصلی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = |\sin ۲x| + |\cos ۲x|$ کدام است؟

۱) π ۲) $\frac{۳\pi}{۴}$ ۳) $\frac{\pi}{۲}$ ۴) $\frac{\pi}{۴}$

۱۲- جملات دنباله‌ی $\left\{\frac{۲n - ۱}{۳n + ۲}\right\}$ برای مقادیر $n \geq n_۰$ در بازه‌ی $\left(۰/۶۶, \frac{۲}{۳}\right)$ قرار می‌گیرند، کوچک‌ترین مقدار $n_۰$ کدام است؟

۱) ۱۱۶ ۲) ۱۱۷ ۳) ۱۱۸ ۴) ۱۱۹

۱۳- بیش‌ترین مساحت زمینی مستطیل شکل را که می‌توان توسط یک طناب، از زمینی که یک طرف آن رودخانه است محصور نمود، ۶۴۸ متر مربع است. طول طناب چند متر است؟

۱) ۶۸ ۲) ۷۰ ۳) ۷۱ ۴) ۷۲

۱۴- مجموع سری $\sum_{n=۱}^{\infty} \frac{۴ - ۲^n}{۳^n}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۵- حاصل $\lim_{x \to +\infty} \frac{۱}{x - \sqrt{x^۲ + ۲x}}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۶- ضریب زاویه خط مماس بر نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = \text{Arc Sin}\sqrt{۲x - ۱}$ در نقطه‌ی $x = \frac{۳}{۴}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۷- در مورد مشتق اول و دوم تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^۲ \text{sgn}(x)$ در $x = ۰$ کدام عبارت صحیح است؟

۱) مشتق اول موجود است و مشتق دوم موجود نیست.

۲) مشتق اول و دوم هیچ‌کدام موجود نیستند.

۳) مشتق اول و دوم هر دو موجودند و مشتق دوم در این نقطه پیوسته است.

۴) مشتق اول و دوم هر دو موجودند و مشتق دوم در این نقطه ناپیوسته است.

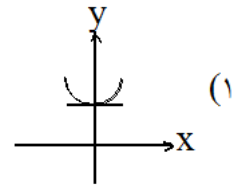
۱۸- فاصله‌ی کانونی عدسی دوربینی ۷۵ سانتی‌متر است. در لحظه‌ای که فاصله‌ی اتومبیل از این دوربین ۱۲ متر است، تصویر آن با سرعت ۱۰ سانتی‌متر در ثانیه از عدسی دور می‌شود، اتومبیل با سرعت چند کیلومتر در ساعت به دوربین نزدیک می‌شود؟

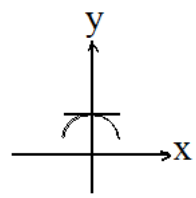
۱) ۷۲ ۲) ۸۱ ۳) ۹۰ ۴) ۹۶

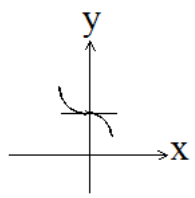
۱۹- آیا تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ۲x + \sqrt[۳]{(x - ۱)^۲}$ روی بازه‌ی $[۰ , ۹]$ در شرایط قضیه‌ی مقدار میانگین در مورد مشتق صادق است یا نه؟ در صورت صادق بودن، عدد C کدام است؟

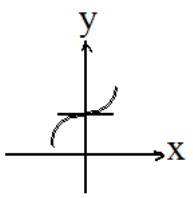
۱) صادق است و $C = ۵$
۲) صادق است و $C = ۹$
۳) صادق نیست در ۱ مشتق‌ناپذیر
۴) صادق نیست و در ۱ ناپیوسته.

۲۰- نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = \frac{x^۲ + ۱}{x^۳ + ۱}$ در نزدیکی نقطه‌ی $x = ۰$ چگونه است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۲۱- ریشه‌های معادله‌ی درجه سوم $x^۳ - ۲x^۲ + x - ۱ = ۰$ به کدام‌صورت‌اند؟

۱) فقط یک ریشه‌ی مثبت
۲) فقط یک ریشه‌ی منفی
۳) دو ریشه‌ی مثبت و یک ریشه‌ی منفی
۴) یک ریشه‌ی مثبت و دو ریشه‌ی منفی

۲۲- اگر $f(x) = \frac{۱}{x + ۱}$، مجموع پایین ریمان در بازه‌ی $[۰,۴]$ به‌طوری‌که وسط زیر بازه‌های افراز شده به ترتیب ۰/۵ ، ۱/۵، ۲/۵ و ۳/۵ باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱۹}{۲۰}$
۲) $\frac{۲۵}{۱۲}$
۳) $\frac{۳۷}{۳۰}$
۴) $\frac{۷۷}{۶۰}$

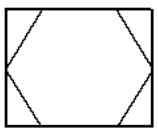
۲۳- مساحت محدود به نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = \text{Cos}\frac{\pi}{۲}x$ و $y = (x - ۱)^۲$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۲} - \frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۲}{\pi} - \frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۲}{\pi} - \frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{\pi}{۲} - \frac{۱}{۳}$

۲۴- منحنی یکی از تابع اولیه‌های $f(x) = ۲x - ۴$ بر خطی به معادله‌ی $y + ۲x = ۵$ مماس است، این منحنی محور yها را با کدام عرض قطعه می‌کند؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

۲۵- در شکل مقابل، مساحت شش‌ضلعی منتظم چند برابر مساحت مستطیل محیط بر آن است؟

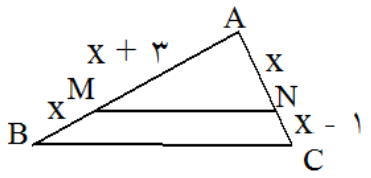


۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۵}{۶}$
۴) $\frac{۱۱}{۱۲}$

۲۶- یک متوازی‌الاضلاع از یک مربع و دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی مساوی هم تشکیل شده است. اگر مساحت مربع و یک مثلث قائم‌الزاویه به ترتیب ۶۴ و ۲۴ واحد مربع باشند، محیط متوازی‌الاضلاع کدام است؟

۱) ۳۲
۲) ۳۶
۳) ۴۸
۴) ۵۴

۲۷- در شکل مقابل، MN موازی BC است. مساحت مثلث بزرگ‌تر چند برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است؟



۱) $۱\frac{۲}{۳}$ ۲) $۱\frac{۵}{۹}$ ۳) $۱\frac{۷}{۹}$ ۴) $۱\frac{۸}{۹}$

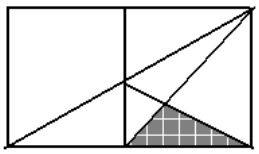
۲۸- قاعده‌ی یک هرم منتظم، مربعی است به ضلع ۶ واحد و ارتفاع یکی از وجه‌های جانبی آن برابر ۵ واحد است. حجم این هرم چند واحدمکعب است؟

۱) ۴۲ ۲) ۴۵ ۳) ۴۸ ۴) ۵۴

۲۹- طول یک مستطیل دو برابر عرض آن است. نیمساز زاویه‌های مستطیل را رسم کرده‌ایم. محیط مستطیل چند برابر محیط مربع ایجاد شده در درون آن است؟

۱) $۳\sqrt{۲}$ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) $۴\sqrt{۲}$ ۴) $۴\sqrt{۳}$

۳۰- در شکل مقابل، دو مربع مساوی کنار هم قرار دارند. مساحت ناحیه‌ی سایه‌زده چند برابر مساحت یک مربع است؟



۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۹}$ ۳) $\frac{۲}{۹}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۹}$

۳۱- زاویه‌ی بین خط المرکزین و مماس خارج دو دایره به شعاع‌های ۷/۵ و ۳۰ سانتی‌متر، ۳۰ درجه است. طول خط المرکزین دو دایره چند سانتی‌متر است؟

۱) ۴۲/۵ ۲) ۴۵ ۳) ۴۷/۵ ۴) ۵۰

۳۲- به ازای کدام مقدار a، بازتاب خط به معادله‌ی $y = ax + ۲a - ۱$ نسبت به خط به معادله‌ی $۲y - x = ۰$ بر خودش نگاشته می شود؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۱ ۴) $\frac{-۱}{۲}$

۳۳- زاویه‌ی دو صفحه عبار ت است از:

۱) کم‌ترین زاویه‌ای که خطوط واقع در دو صفحه با هم می‌سازند

۲) زاویه‌ی بین دو خط که هر کدام موازی یکی از صفحات هستند.

۳) زاویه‌ی حاصل از فصل مشترک یک صفحه‌ی عمود بر یک از صفحات.

۴) زاویه‌ی بین دو خط عمود بر فصل مشترک دو صفحه و هرکدام واقع در یکی از دو صفحه

۳۴- خط Δ ودو نقطه‌ی A وB در خارج آن مفروض‌اند. صفحه‌ای گذرا بر Δ چنان می‌یابیم که هر دو نقطه‌ی مفروض، از آن صفحه به یک فاصله باشند، اگر فقط دو صفحه موجود باشد، الزاما وضعیت AB و خط Δ چگونه است؟

۱) عمود ۲) موازی ۳) غیر موازی ۴) غیر عمود

۳۵- حجم متوازی‌السطوحی که توسط سه بردار واقع بر نیمسازهای سه صفحه‌ی xoy ، yoz و zox به ترتیب با طول‌های $\sqrt{۲}$ ، $۲\sqrt{۲}$ و $۳\sqrt{۲}$ با مولفه‌های غیر منفی ساخته می‌شود، چند واحد مکعب است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) $۸\sqrt{۲}$ ۴) $۱۲\sqrt{۲}$

۳۶- به ازای کدام مقدار m، بردار $a = (۱, ۲, m)$ را می‌توان به صورت مجموع دو بردار در راستاهای $(۲, -۱, ۰)$ و $(-۱, ۳, ۲)$ نوشت؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{-۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{-۳}{۲}$

۳۷- فاصله‌ی نقطه‌ی $A(۰, ۳, ۴)$ از خط گذرا بر نقطه‌ی $(۱, ۰, ۲)$ و موازی $a = (۱, ۱, ۰)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۸- معادله‌ی صفحه‌ای که از خط به معادله‌ی $\begin{cases} x = y \\ z = ۰ \end{cases}$ بگذرد و بر خط به معادله‌ی $\begin{cases} x + y = ۱ \\ y - z = ۱ \end{cases}$ عمود باشد، کدام است؟

۱) $x - y + z = ۰$ ۲) $x - y - z = ۱$ ۳) $x - y - z = ۰$ ۴) $x - y + z = ۱$

۳۹- معادله‌ی دایره‌ای که مرکز آن کانون سهمی به معادله‌ی $y = \frac{۱}{۲}x^۲ - ۳x + ۲$ و مماس بر خط هادی این سهمی باشد، کدام است؟

۱) $x^۲ + y^۲ - ۶x + ۴y + ۱۲ = ۰$ ۲) $x^۲ + y^۲ - ۴x + ۶y + ۸ = ۰$

۳) $x^۲ + y^۲ + ۶x - ۴y + ۵ = ۰$ ۴) $x^۲ + y^۲ - ۶x + ۳y + ۹ = ۰$

۴۰- به ازای کدام مقدار k، خروج از مرکز مقطع به معادله‌ی $x^۲ + ky^۲ = ۴x$ برابر $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ است؟

۱) ۴ , ۲ ۲) -۴ , -۲ ۳) ۲ , $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۴ , $\frac{۱}{۴}$

۴۱- اگر $A = \begin{bmatrix} -۱ & ۰ & ۳ \\ m & -۱ & ۰ \\ ۱ & ۲ & -۱ \end{bmatrix}$ و عنصر سطر اول و ستون دوم $A^{-۱}$ برابر ۱- با شد m، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{-۱}{۳}$ ۳) $\frac{-۲}{۳}$ ۴) $\frac{-۴}{۳}$

۴۲- اگر دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} ۲ & ۰ & -۱ \\ ۱ & ۱ & ۰ \\ -۱ & m & ۳ \end{bmatrix}$ با دترمینان وارون ماتریس $\begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ ۱ & m \end{bmatrix}$ برابر باشد، m کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۳ , -۲ ۴) -۲ , ۳

۴۳- در اثبات نامساوی $n! > \frac{n(n+۱)}{۲}^۲$ با کمک استقرای ریاضی، از کدامک نامساوی بدیهی استفاده شده است؟

۱) $۲^{k+۱} > k + ۱$ ۲) $۲^{k+۲} > k$ ۳) $k^۲ + ۱ > k + ۱$ ۴) $۴^k > k + ۲$

۴۴- اگر A و B دو مجموعه‌ی غیرتهی باشند، حاصل $A - (B - (A \cap B))$ کدام مجموعه است؟

۱) A ۲) B ۳) $A \cap B$ ۴) $A \cup B$

۴۵- اگر B و C دو مجموعه‌ی جدا از هم و $A \subset (B \cup C)$ باشد، مجموعه‌ی $(A \cap B) \Delta (A \cap C)$ برابر کدام مجموعه است؟

۱) A ۲) ϕ ۳) $B \cup C$ ۴) $A \cup B$

۴۶- مجموعه‌ی $S = \{(x,y) \mid x^۲ < y < ۲x + ۳\}$ چند عضو از مجموعه‌ی $Z \times Z$ دارد؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

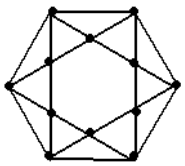
۴۷- احتمال این‌که روز تولد سه نفر در روزهای مختلف هفته باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۲۴}{۳۵}$ ۲) $\frac{۲۳}{۳۵}$ ۳) $\frac{۳۰}{۴۹}$ ۴) $\frac{۲۱}{۴۹}$

۴۸- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، $P(A \cap B')$ برابر کدام است؟

۱) $P(A) - P(B)$ ۲) $P(A) \cdot P(B')$ ۳) $۱ - P(A) \cdot P(B)$ ۴) $P(A) - P(A \cap B)$

۴۹- گراف شکل مقابل، چند دور با طول ۵ دارد؟



۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۲

۵۰- اگر A ماتریس مجاورت درخت T و حاصل‌ضرب درایه‌های قطری ماتریس $A^۲$ برابر ۱۲۰ باشد، آنگاه درخت T حداقل چند راس از درجه‌ی ۱ دارد؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۵۱- به ازای چند عدد طبیعی و دو رقمی n، اعداد $۱۲n - ۵$ و $۹n + ۴$ نسبت به هم اول نیستند؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۵۲- برای خرید کتاب به قیمت ۷۵۰ تومان، به تعداد A بن دویست تومانی و B بن یکصد و پنجاه تومانی پرداخت نموده‌ایم. حداقل $A + B$ کدام است؟

۱) ۳۵ ۲) ۳۶ ۳) ۳۷ ۴) ۳۸

۵۳- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله‌ی $x_۱ + x_۲ + x_۳ = ۷$ با تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله‌ی $x_۱ + x_۲ + \ldots + x_I = ۲$ برابر است. I کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۵۴- سه ظرف همانند داریم. در اولی و دومی هر کدام ۵ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه و در ظرف سوم ۴ مهره‌ی سفید و ۶ مهره‌ی سیاه است. اگر به تصادف یک ظرف انتخاب و یک مهره بیرون آوریدم. با کدام احتمال این مهره سیاه است؟

۱) $\frac{۹}{۲۰}$ ۲) $\frac{۱۱}{۲۰}$ ۳) $\frac{۱۳}{۴۰}$ ۴) $\frac{۱۷}{۴۰}$

۵۵- توزیع احتمال متغیر تصادفی X به صورت $P(X = i) = \frac{۳۳ - ۲i}{۲۵۶}$; $i = ۱, ۲, ۳, \ldots, ۱۶$ است. $P(X \leqslant ۸)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$