۱- حاصل $\log_{۵}\left(\sqrt{۱۲۵}\right)^{۳}$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۴/۵ ۳) ۵ ۴) ۵/۵

۲- در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = ۲ \\ cx + dy = -۱ \end{cases}$ معکوس ماتریس ضرایب مجهولات به صورت $\begin{bmatrix} ۰ & -۱ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix}$ است، $x+y$ کدام است؟

۱) -۴ ۲) -۲ ۳) ۲ ۴) ۴

۳- به ازای کدام مقدار m نمودار تابع با ضابطه $y = (m-۲)x^{۲} - ۳x + m + ۲$ بالای محور xها و مماس بر آن است؟

۱) -۳ ۲) $-\frac{۵}{۲}$ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) ۳

۴- حاصل $(۱ + x + x^{۲} + \ldots + x^{۸})(۱ - x + x^{۲} - \ldots + x^{۸})$ به ازای $x = \sqrt{۲}$ کدام است؟

۱) ۵۰۷ ۲) ۵۱۱ ۳) ۵۱۲ ۴) ۵۱۶

۵- در معادله $۳x^{۲} - ۱۵x + m = ۰$ اگر یکی از ریشه‌ها ۲ واحد از ریشه دیگر بیشتر باشد m کدام است؟

۱) $\frac{۵۹}{۵}$ ۲) $\frac{۶۳}{۵}$ ۳) $\frac{۵۹}{۴}$ ۴) $\frac{۶۳}{۴}$

۶- با توجه به ماشین $x \longrightarrow \boxed{f} \longrightarrow \boxed{g} \longrightarrow x$ اگر $f(x) = ۲x - ۱$ آنگاه $g(۰)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) صفر ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۲

۷- تابع فرد f معکوس‌پذیر است، نمودار تابع $f^{-۱}$ نسبت به کدام مورد متقارن است؟

۱) مبدأ مختصات ۲) محور xها

۳) محور yها ۴) نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم

۸- حاصل $\cos ۱۰۵^{\circ} \cos ۱۶۵^{\circ}$ کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۹- خط به معادله $y = \frac{۳}{۲}$ مجانب افقی نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{Ax^{۳} + ۱}{(A-۱)x^{۳} + ۱۶}$ است معادله مجانب قائم نمودار تابع f کدام است؟

۱) $x = -۴$ ۲) $x = -۲$ ۳) $x = ۲$ ۴) $x = ۴$

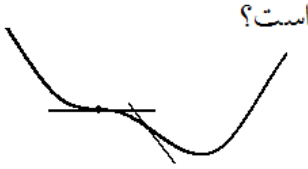
۱۰- اگر f یک تابع زوج $f'_{+}(۱) = ۱$ و $f'_{-}(۱) = ۲$ آنگاه $f'_{+}(-۱)$ کدام است؟

۱) -۲ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) -۱

۱۱- اگر $f(x) = \text{Sin}\, x$، مقدار مشتق تابع $\frac{fof}{f^۲}$ در $x = \frac{\pi}{۲}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\text{Sin}\, ۱$ ۳) $\text{Cos}\, ۱$ ۴) ۱

۱۲- شکل مقابل نمودار تابع f است مقادیر اکسترمم نسبی تابع مشتق f از راست به چپ چگونه است؟



۱) می‌نیمم مثبت - ماکزیمم مثبت ۲) می‌نیمم منفی - ماکزیمم منفی
۳) می‌نیمم صفر - ماکزیمم مثبت ۴) می‌نیمم منفی - ماکزیمم صفر

۱۳- جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{\text{Sin}\, ۳x + \text{Sin}\, x}{\text{Sin}\, x} = ۱$ به کدام صورت است؟

۱) $\frac{k\pi}{۳}$ ۲) $k\pi + \frac{\pi}{۳}$ ۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$ ۴) $۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$

۱۴- اگر S_n مجموع n جمله اول از دنباله اعداد $\frac{۱}{۴۲}, \frac{۱}{۳۰}, \frac{۱}{۲۰}, \frac{۱}{۱۲}, \cdots$ باشد دنباله $\{S_n\}$ به کدام عدد همگرا است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۵- اگر برای هر دنباله $\{a_n\}$ که $\lim_{n\to\infty} a_n = a$ داشته باشیم $\lim_{n\to\infty} f(a_n) = L$ آنگاه:

۱) $\forall \varepsilon \text{ و } \exists N \ni ۰ < |x - a| < N \Rightarrow |f(a_N) - L| < \varepsilon$
۲) $\forall \varepsilon \text{ و } \exists N \ni ۰ < |x| < N \Rightarrow |f(a_N) - L| < \varepsilon$
۳) $\forall \varepsilon > ۰ \text{ و } \exists \delta > ۰ \ni ۰ < |x| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$
۴) $\forall \varepsilon > ۰ \text{ و } \exists \delta > ۰ \ni ۰ < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$

۱۶- اگر $f(x) = \sqrt{۱ - x}$ و $g(x) = \sqrt{x - \sqrt{x}}$ تابع gof در نقطه $x = ۱$ از نظر پیوستگی چگونه است؟

۱) از چپ ناپیوسته - از راست ناپیوسته ۲) از چپ ناپیوسته - از راست پیوسته
۳) از چپ پیوسته - از راست ناپیوسته ۴) از چپ پیوسته - از راست پیوسته

۱۷- در نقطه‌ای یک تابع پیوسته و تابع دیگری ناپیوسته است با کدام عمل بین توابع ممکن است تابع حاصل در آن نقطه پیوسته باشد؟

۱) هر دو حالت تقسیم یکی بر دیگری ۲) تفاضل
۳) جمع ۴) ضرب

۱۸- تابع f با ضابطه مقابل در چند نقطه ناپیوسته است و در چند نقطه مشتقپذیر **نیست**؟

$$f(x) \begin{cases} ۱ & x < ۰ \\ x + ۱ & ۰ \leqslant x < ۱ \\ ۲x + ۲ & ۱ \leqslant x < ۲ \\ x^۲ + ۲ & x \geqslant ۲ \end{cases}$$

۱) یک نقطه ناپیوسته و دو نقطه مشتق ناپذیر ۲) دو نقطه ناپیوسته و دو نقطه مشتق ناپذیر
۳) یک نقطه ناپیوسته و سه نقطه مشتق ناپذیر ۴) دو نقطه ناپیوسته و سه نقطه مشتق ناپذیر

۱۹- اگر $y^{۳} + y = x$، مقدار y'' در نقطه $x = ۲$ چقدر است؟

۱) $-\frac{۳}{۱۶}$ ۲) $-\frac{۳}{۳۲}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۲۰- بیشترین مساحت از مثلث‌های قائم‌الزاویه‌ای که مجموع یک ضلع زاویه قائمه و وتر آن برابر ۶ باشد کدام است؟

۱) ۳ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) ۴ ۴) $۳\sqrt{۲}$

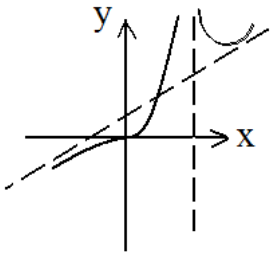
۲۱- تعداد نقاط بحرانی تابع f با ضابطه $f(x) = |\text{Sin } x|$ بر بازه $\left(-\frac{\pi}{۲}, \frac{۵\pi}{۲}\right)$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۲- نمودار تابع با ضابطه $y = \frac{x + ۱}{x^{۳} + x}$ در نزدیکی مجانب قائم آن به کدام صورت است؟

۱)  ۲)  ۳)  ۴)

۲۳- شکل مقابل تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^{۳} + ax}{x^{۲} + bx + ۱}$ است دو تایی مرتب (a , b) کدام است؟



۱) (۲- و ۱) ۲) (۲- و ۰)
۳) (۲ و ۰) ۴) (۰ و ۲)

۲۴- حاصل $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{۱ - \text{Sin } x}{\text{Sin } x + \text{Sin } ۳x}$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۲۵- مجموع پائین ریمان تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = x^{۳}$ بر بازه $[۰ , ۱]$ وقتی افراز از چهار نقطه $۰ , \frac{۱}{۳} , \frac{۲}{۳} , ۱$ تشکیل شده باشد کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۲}{۹}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۲۶- اگر $f(x) = \int_{۲}^{x} \frac{dt}{t^{۲} - ۱}$ ، $g(x) = \sqrt{x^{۲} + ۵}$ مشتق تابع حاصلضرب g.f در نقطه $x = ۲$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۷- حاصل $f(x)=\int_{0}^{1}\frac{1}{1+x^{2}}\text{Arctg}\,x\,dx$ چند برابر π^{2} است؟

۱) $\frac{1}{32}$ ۲) $\frac{1}{24}$ ۳) $\frac{1}{20}$ ۴) $\frac{1}{16}$

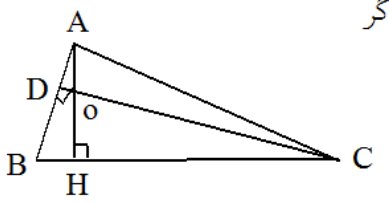
۲۸- یک مثلث را به چهار مثلث همنهشت تقسیم کرده‌ایم محیط مثلث اولیه چند برابر محیط یکی از مثلث‌های همنهشت است؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۹- در مثلث ABC $(\hat{A}=90^{\circ})$ ارتفاع AH و میانه AM را رسم می‌کنیم اگر HB و HC به ترتیب ۴ و ۹ واحد باشند مساحت مثلث AMH کدام است؟

۱) ۴/۵ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷/۵

۳۰- در شکل مقابل AH و CD دو ارتفاع مثلث ABC هستند اگر $OH=AD=5DO$ و $HC=12$ طول HC کدام است؟



۱) ۱۶۵ ۲) ۱۷۰
۳) ۱۷۵ ۴) ۱۸۰

۳۱- سه راس A و B و C از مکعبی را چنان انتخاب می‌کنیم که هر دو راس آن از یک یال نباشد مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت یک وجه مکعب است؟

۱) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ۲) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۳۲- سه پاره‌خط به طول‌های $6x$ ، $x+7$ ، $4x-4$ اضلاع مثلثی هستند. مقادیر x به کدام صورت است؟

۱) $\frac{11}{9}<x<3$ ۲) $\frac{5}{3}<x<3$ ۳) $2<x<3$ ۴) $\frac{11}{9}<x<4$

۳۳- نقطه C بر روی وتر AB به طول ۹ واحد از دایره‌ای چنان قرار دارد که آن وتر را به نسبت ۱ و ۲ تقسیم کرده است طول کوتاه‌ترین وتر از دایره گذرنده بر نقطه C کدام است؟

۱) ۸ ۲) $5\sqrt{3}$ ۳) $6\sqrt{2}$ ۴) $4\sqrt{5}$

۳۴- طول مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع‌های ۱۱ و ۳ سانتی‌متر برابر $3\sqrt{33}$ سانتی‌متر است کمترین فاصله نقاط این دو دایره از یکدیگر چند سانتی‌متر است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۳۵- خط Δ بر صفحه P عمود است چند صفحه موجود است که از خط Δ بگذرد و بر صفحه P عمود باشد؟

۱) هیچ ۲) فقط دو صفحه ۳) فقط یک صفحه ۴) بی‌شمار

۳۶- تصویر قائم بردار (۶ و ۳- و ۰) روی امتداد بردار (۲- و ۱- و ۲) کدام بردار است؟

۱) (۲- و ۱- و ۲) ۲) (۲ و ۱ و ۲-) ۳) (۴- و ۲- و ۴) ۴) (۱- و ۳ و ۲)

۳۷- دو خط به معادلات $\frac{x-۱}{۲} = \frac{y-۴}{۳} = \frac{z}{-۱}$ و $(x = t\ ,\ y = t + ۲\ ,\ z = -۲t - ۱)$ نسبت به هم کدام وضعیت را دارند؟

۱) متنافر ۲) متقاطع ۳) موازی ۴) عمود

۳۸- صفحه شامل دو خط موازی $(x = ۲t + ۱\ ,\ y = t - ۱\ ,\ z = t)$ و $\frac{x}{۲} = \frac{y}{۱} = \frac{z-۲}{۱}$ محور xها را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۳۹- دو نقطه M و N هر کدام بر روی یکی از دو شاخه هذلولی به معادله $۴y^۲ - ۹x^۲ + ۱۸x + ۱۶ = ۰$ حرکت می‌کنند کمترین فاصله MN کدام است؟

۱) $\frac{۱۰}{۳}$ ۲) $\frac{۵}{۳}$ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) ۵

۴۰- اگر $a + b + c = -۵$ حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} a & b & c+۲ \\ a & b+۲ & c \\ a+۲ & b & c \end{vmatrix}$ کدام است؟

۱) -۱۲ ۲) -۴ ۳) ۴ ۴) ۱۲

۴۱- اگر ماتریس $\begin{bmatrix} -۶ & a & ۱ \\ ۰ & ۱ & -۱ \\ a & -۱ & ۰ \end{bmatrix}$ وارون‌پذیر نباشد a کدام است؟

۱) ۱-، ۲ ۲) ۱، ۲- ۳) ۲، ۳- ۴) ۲-، ۳

۴۲- اگر A و B ماتریس‌های وارون‌پذیر باشند کدام گزینه در مورد آنها **نادرست** است؟

۱) $A^tB^t = (BA)^t$ ۲) $|A^t|^{-۱} = |A|^{-۱}$ ۳) $(A^t)^{-۱} = (A^{-۱})^t$ ۴) $(AB)^{-۱} = A^{-۱}B^{-۱}$

۴۳- سه صفحه با معادله‌های ماتریسی $\begin{bmatrix} ۲ & ۱ & ۱ \\ ۱ & -۱ & -۲ \\ ۵ & -۲ & ۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۷ \\ ۴ \end{bmatrix}$ داده شده‌اند فصل مشترک‌های دو به دو این سه صفحه چگونه‌اند؟

۱) فقط گذرا بر یک نقطه ۲) منطبق برهم ۳) هر سه موازی هم ۴) فاقد نقطه مشترک

۴۴- کمترین تعداد افرادی که حداقل دو نفر از آن‌ها در یک ماه از سال و در یک روز از هفته متولد شده‌اند کدام است؟

۱) ۷۵ ۲) ۷۸ ۳) ۸۵ ۴) ۸۸

۴۵- مجموعه $\{\{a\}, \{b\}, a, b\}$ دارای چند زیر مجموعه شامل عضو a می‌باشد؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۴۶- در رابطه $S = \{(x, y) \in R^2 : y \geq x^2 - 2x, y \leq 3\}$ بیشترین مقدار $x + y$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۷/۵

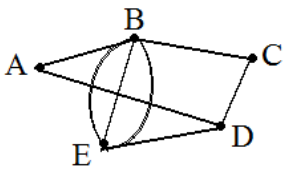
۴۷- باقیمانده عدد 3^{48} بر ۱۱ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۷/۵

۴۸- در پرتاپ چهار سکه با هم احتمال اینکه فقط سه سکه رو یا فقط سه سکه پشت بیاید کدام است؟

۱) $\frac{5}{16}$ ۲) $\frac{7}{16}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۴۹- شکل مقابل ۵ منطقه A و B و C و D و E را با ۸ پل به هم راه داده است اگر مجاز باشیم از هر پل دقیقاً یکبار عبور کنیم با شروع از منطقه B منطقه پایان کدام است؟



۱) نشدنی ۲) B

۳) D ۴) E

۵۰- تعداد درخت‌های از مرتبه ۶ چند تا است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۵۱- اگر $(cba)_8 = (abc)_7$ رقم a کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۵۲- اگر (به پیمانه m) $a^3 - a^2 - a + 1 \equiv a^2 - 1$ آنگاه: $(m , a^2 - 1) = 1$

۱) $m | a - 2$ ۲) $m | a - 1$ ۳) $m | a + 1$ ۴) $m | a + 2$

۵۳- چند عدد سه رقمی وجود دارد که نه بر ۵ تقسیم‌پذیر باشد و نه بر ۶؟

۱) ۵۴۰ ۲) ۵۷۰ ۳) ۶۰۰ ۴) ۶۳۰

۵۴- از ۵۱ دانش‌آموز یک دبیرستان ۳۵ نفر در کلاس ادبیات و ۳۱ نفر در کلاس عربی و ۲۳ نفر در هر دو کلاس شرکت کرده‌اند چند نفر در هیچ یک از دو کلاس شرکت **ننموده‌اند**؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۵۵- رییس و منشی و ۴ کارمند دور یک میزگرد می‌نشینند با کدام احتمال منشی مقابل رییس قرار می‌گیرد؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{5}$ ۴) $\frac{1}{6}$