۱- به ازای کدام مجموعه‌ی مقادیر a، منحنی به معادله $y = \left(\frac{۱}{۲}x + a\right)\left(x^۲ - ۴\right)$ بر محور x ها در یک نقطه مماس است؟

۱) ϕ ۲) $\{۱\}$ ۳) $\{-۱ , ۱\}$ ۴) $\{-۲ , ۲\}$

۲- از معادله‌ی $Log ۲ - Log ۳۰ = Log(x + ۳) + Log(۲x - ۱)$ مقدار $Log_{۸} x$ کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۳- اعداد $۵p - ۱ , ۳p + ۴ , ۲p + ۳$ سه جمله‌ی متوالی یک تصاعد عددی هستند. قدر نسبت این تصاعد کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۴- به ازای کدام مقدار m عدد $\frac{۱}{۸}$ واسطه‌ی عددی بین دو ریشه‌ی حقیقی معادله‌ی $\left(m^۲ - ۴\right)x^۲ - ۳x + m = ۰$ است؟

۱) ۳ ۲) -۳ ۳) ۴ ۴) -۴

۵- عبارت $Sin ۳x - ۲Sin ۴x + Sin ۵x$ باکدام عبارت زیر برابر است؟

۱) $۲Sin ۴x Sin^{۲} \frac{x}{۲}$ ۲) $-۲Sin ۴x Sin^{۲} \frac{x}{۲}$

۳) $۴Sin ۴x Sin^{۲} \frac{x}{۲}$ ۴) $-۴Sin ۴x Sin^{۲} \frac{x}{۲}$

۶- تابع $f(x) = [۲Sin x]$ در نقطه‌ی $x = \frac{\pi}{۲}$ از نظر پیوستگی چگونه است؟ ([ ] تابع جزء صحیح است.)

۱) از چپ ناپیوسته - از راست ناپیوسته ۲) از چپ پیوسته - از راست ناپیوسته
۳) از چپ ناپیوسته - از راست پیوسته ۴) از چپ پیوسته - از راست پیوسته

۷- حاصل $\lim_{x \to \infty}\left(\sqrt[۳]{۸x^۳ + ۲x^۲} - ۲x\right)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

۸- حدّ عبارت $\frac{x+۲}{x^۲+x} - \frac{۳x-۴}{x^۲-۲x}$ وقتی $x \to ۰$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

۹- اگر $f(x) = \frac{۲x}{x+۳}$ و $g(x) = \frac{x+۲}{x-۴}$ تابع fog در کدام مجموعه نقاط مشتق‌پذیر **نیست**؟

۱) $\{۴ , -۳\}$ ۲) $\left\{۴ , \frac{۵}{۲}\right\}$ ۳) $\left\{۴ , -۳ , \frac{۵}{۲}\right\}$ ۴) $\{۴ , -۳ , -۶\}$

۱۰- به ازای کدام مقدار k بیشترین مقدار و کمترین مقدار تابع $f(x) = x^۳ - ۳x^۲ + k$ در بازه‌ی $[۳ , ۱]$ قرینه‌ی یکدیگرند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱- تابع با ضابطه‌ی $y = ax + b + \frac{۲x^۲}{x+۱}$ تابع هموگرافیکی است که محور x ها را در نقطه $x = ۱$ قطع می‌کند b کدام است؟

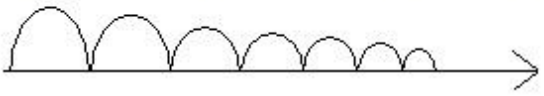
۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) -۲

۱۲- کدام دنباله واگرا است؟

۱) $\left\{\frac{n + \sin n}{n - \sin n}\right\}$ ۲) $\left\{(n^۲)^{(-۱)^{۲n-۱}}\right\}$

۳) $\left\{\sin(۴n+۱)\frac{\pi}{۲}\right\}$ ۴) $\left\{\left[۱ - \frac{(-۱)^n}{n}\right]\right\}$

۱۳- موجی بر روی نیم‌دایره‌هایی بالای یک محور حرکت می‌کند. با قطر اولیه‌ی ۱ واحد، هر بار که به محور برخورد کند ۲۰ درصد از طول قطر آن کاسته می‌شود، اندازه‌ی محیط این نیمدایره‌های متوالی دنباله‌ای از اعداد حقیقی است، مجموع این دنباله کدام است؟



۱) ۲π ۲) ۳π ۳) $\frac{۳}{۲}\pi$ ۴) $\frac{۵}{۲}\pi$

۱۴- اگر $f(x) = \frac{۲x + ۵}{x^۲ - ۴x + ۳}$ و $g(x) = ۲^x$، آنگاه $\lim_{x \to ۱^+} g(f(x))$ کدام است؟

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) $+\infty$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

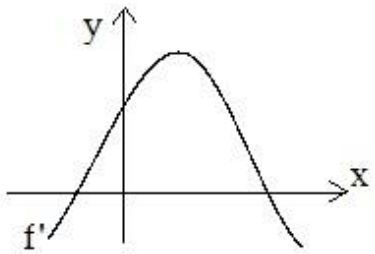
۱۵- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{۱}{x} & ; \quad x \neq ۰ \\ ۰ & ; \quad x = ۰ \end{cases}$ در نقطه $x = ۰$ از نظر پیوستگی چگونه است؟

۱) از چپ ناپیوسته - از راست ناپیوسته
۲) از چپ پیوسته - از راست ناپیوسته
۳) از چپ ناپیوسته - از راست پیوسته
۴) از چپ پیوسته - از راست پیوسته

۱۶- تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} (x - ۱)|x - ۱| & ; \quad x \neq ۱ \\ a & ; \quad x = ۱ \end{cases}$ در $x = ۱$ مشتق‌پذیر است، a کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) -۲

۱۷- نمودار f' مشتق تابع f به صورت شکل مقابل است تابع f از نظر نقاط ماکسیمم و مینیمم نسبی و نقطه‌ی عطف چگونه است؟



۱) فقط یک ماکسیمم در سمت راست محور y ها
۲) یک ماکسیمم و یک مینیمم و یک عطف در سمت راست محور y ها
۳) یک مینیمم در سمت چپ محور y ها، یک ماکسیمم و یک نقطه‌ی عطف در سمت راست محور y ها
۴) یک ماکسیمم در سمت چپ محور y ها، یک مینیمم و یک نقطه‌ی عطف در سمت راست محور y ها

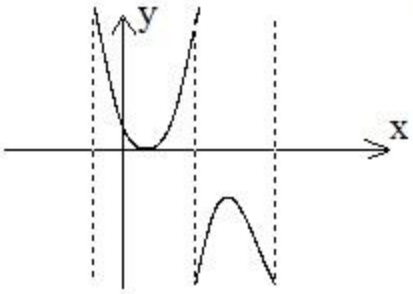
۱۸- در قضیه‌ی مقدار میانگین در مورد مشتق برای تابع با ضابطه‌ی $y = x^۳ - x + ۱$، بر بازه‌ی $[۱ , b]$ مقدار c برابر $\sqrt{۷}$ است، b کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) -۵

۱۹- تقعر نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^۲|x - ۱|$ در بازه‌ی (a , b) رو به پائین است بیشترین مقدار $(b - a)$ کدام است؟

۱) ∞ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۲۰- شکل مقابل نمودار تابع $y = \frac{۱ + a\sin x}{۱ + b\sin x}$ در بازه‌ی $\left[\frac{-\pi}{۶} , \frac{۱۱\pi}{۶}\right]$ است، دوتایی مرتب (a , b) کدام است؟



۱) $(۱ , ۲)$
۲) $(-۱ , ۲)$
۳) $(۲ , -۱)$
۴) $(-۲ , ۱)$

۲۱- حاصل $\int_{۰}^{\frac{\pi}{۸}} (\sin x\cos^{۳}x - \sin^{۳}x\cos x)dx$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۱۶}$ ۳) $\frac{۱}{۸}\sqrt{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۱۶}\sqrt{۲}$

۲۲- مساحت محدود به نمودار دو تابع با ضابطه‌ی $y = \sin\frac{\pi}{۲}x$ و $y = x^{۲}$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۲} - \frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{\pi} - \frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{\pi}{۲} - \frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{\pi} - \frac{۱}{۳}$

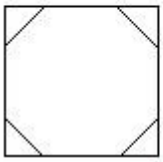
۲۳- اگر $\int \sqrt{\left(x^{۲} - \frac{۱}{x^{۲}}\right)^{۲} + ۴}\, dx = \frac{f(x)}{۳x} + c$ آنگاه $f(x)$ کدام است؟

۱) $x^{۴} - ۳$ ۲) $x^{۳} - ۴$ ۳) $x^{۳} + ۴$ ۴) $x^{۴} + ۳$

۲۴- در مثلثی به اضلاع ۵ و ۵ و ۶ واحد نقطه‌ی M ضلع بزرگتر را به نسبت ۱ و ۳ تقسیم کرده است، مجموع فواصل M از دو ساق این مثلث کدام است؟

۱) ۳/۶ ۲) ۴/۵ ۳) ۴/۸ ۴) ۵/۴

۲۵- در شکل مقابل مساحت مربع دو واحد است. مساحت هشت ضلعی منتظم کدام است؟



۱) $۴\left(\sqrt{۲} - ۱\right)$ ۲) $۴\left(۲ - \sqrt{۲}\right)$
۳) $۲\left(\sqrt{۲} - ۱\right)^{۲}$ ۴) $۲\left(۲ - \sqrt{۲}\right)$

۲۶- اندازه‌ی دو ضلع قائم از مثلث قائم‌الزاویه‌ای ۲ و ۶ واحد است، عمود منصف وتر، امتداد ضلع کوچکتر را در M قطع می‌کند. فاصله‌ی M از نزدیکترین راس این مثلث چند واحد است؟

۱) ۷/۵ ۲) ۸ ۳) $\sqrt{۸۰}$ ۴) $\frac{۲۵}{۳}$

۲۷- حجم یک کره به شعاع a با حجم یک مخروط به شعاع قاعده‌ی ۲a برابر است. طول ارتفاع مخروط کدام است؟

۱) a ۲) ۲a ۳) $\frac{۲}{۳}$a ۴) $\frac{۳}{۲}$a

۲۸- مثلثی با معلوم بودن دو میانه $m_a = ۹$ و $m_b = ۱۲$ و ضلع a قابل رسم است، اندازه‌ی ضلع a کدام عدد می‌تواند باشد؟

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۶ ۴) ۲۲

۲۹- در متوازی‌الاضلاع ABCD دایره‌ی محیطی مثلث ACD امتداد ضلع BC را در نقطه‌ی M قطع کرده است. مثلث ABM کدام نوع است؟

۱) متشابه ACD ۲) متساوی‌الساقین ۳) متساوی‌الاضلاع ۴) قائم‌الزاویه

۳۰- شعاع دو دایره‌ی خارج هم به ترتیب ۲۲/۵ و ۷/۵ سانتیمتر است. اگر زاویه‌ی بین مماس داخل و خط المرکزین دو دایره ۳۰ درجه باشد. طول خط المرکزین دو دایره چند سانتیمتر است؟

۱) ۵۵ ۲) ۵۷/۵ ۳) ۶۰ ۴) ۶۲/۵

۳۱- کدام تبدیل ایزومتری است و شیب خط را حفظ **نمی‌کند**؟

۱) دوران ۲) تجانس ۳) انتقال ۴) بازتاب نسبت به یک نقطه

۳۲- خطی که به موازات فصل مشترک دو صفحه‌ی متمایز است ..... .

۱) الزاماً با هر دو صفحه موازی است.
۲) با هر خط یکی از صفحات موازی است.
۳) می‌تواند در صفحه‌ای موازی هر دو صفحه قرار گیرد.
۴) می‌تواند بر هر خط یکی از صفحات عمود باشد.

۳۳- صفحه‌ی P وقتی بر صفحه‌ی P' عمود است که:

۱) هر خط موازی با یکی از صفحه‌ها عمود بر صفحه‌ی دیگر باشد.
۲) هر خط عمود بر یک صفحه، بر صفحه‌ی دیگر نیز عمود باشد.
۳) یک خط واقع در یکی از دو صفحه عمود بر فصل مشترک دو صفحه باشد.
۴) یک خط واقع در صفحه‌ی P بر دو خط واقع در صفحه‌ی دیگر عمود باشد.

۳۴- اگر a و b و c سه بردار غیرصفر و غیر واقع در یک صفحه باشند، مقدار کدام گزینه با سایرین **متفاوت** است؟

۱) $a . (c \times b)$ ۲) $a . (b \times c)$ ۳) $b . (a \times c)$ ۴) $(a \times c) . b$

۳۵- دو بردار a و b به طولهای ۳ و ۴ واحد با یکدیگر زاویه‌ی ۳۰ درجه می‌سازند مساحت مثلثی که بر روی دو بردار $a - ۲b$ و $۳a + ۲b$ تولید شود کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) ۳۶ ۳) ۴۲ ۴) ۴۸

۳۶- طول قطعه‌ی مماسی که از نقطه‌ی $A(۴ , ۱)$ بر دایره‌ای به معادله‌ی $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y + ۳ = ۰$ رسم شود برابر کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) $۲\sqrt{۳}$

۳۷- معادله‌ی یک بیضی پس از دوران محورهای آن حول مبدأ به اندازه‌ی ۴۵° در جهت مثلثاتی به صورت $x'^۲ + ۴y'^۲ = ۴$ است. معادله‌ی این بیضی قبل از دوران کدام است؟

۱) $۳x^۲ + ۳y^۲ + ۶xy = ۴$ ۲) $۳x^۲ + ۳y^۲ - ۶xy = ۸$

۳) $۵x^۲ + ۵y^۲ - ۴xy = ۴$ ۴) $۵x^۲ + ۵y^۲ - ۶xy = ۸$

۳۸- اگر دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} -۱ & m & ۱ \\ ۲ & ۰ & -۱ \\ ۱ & ۱ & ۰ \end{bmatrix}$ با دترمینان ماتریس وارون A برابر باشد m کدام است؟

۱) ۱ ، ۱- ۲) ۰ ، ۲ ۳) ۰ ، ۲- ۴) ۲ ، ۲-

۳۹- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ ۴ & ۵ \end{bmatrix}$ و $A^۲ = \alpha A + \beta I_۲$ دوتایی (α , β) کدام است؟

۱) $(۲ , ۱۱)$ ۲) $(۱۳ , ۲)$ ۳) $(۱۱ , ۴)$ ۴) $(۱۳ , ۴)$

۴۰- در روش گاوس - جردن ماتریس $\begin{bmatrix} ۷ & -۳ & ۲ & ۱ \\ ۲ & ۳ & ۱ & ۲ \\ -۳ & ۵ & ۴ & -۱ \end{bmatrix}$ به صورت $\begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ & a \\ ۰ & ۱ & ۰ & b \\ ۰ & ۰ & ۱ & c \end{bmatrix}$ درآمده‌است، $a + b + c$ کدام است؟

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۴۱- اگر n عدد طبیعی و A_n بازه‌ی $\left(-(-۱)^n n , ۲n\right)$ باشد، چند عدد صحیح به $\bigcup_{n=۱}^{۴} A_n$ تعلق دارد؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

۴۲- مجموعه‌ی اعداد طبیعی را به سه مجموعه‌ی A و B و C افراز کرده ایم اگر $A = \{n: n = ۶k + ۱ , k \in N\}$ و $B = \{n: n = ۶k - ۱ , k \in N\}$، کدام عدد طبیعی به مجموعه‌ی C تعلق دارد؟

۱) ۱۱ ۲) ۴۳ ۳) ۴۴ ۴) ۳۷

۴۳- تعداد نقاطی از صفحه‌ی مختصات،که درون دایره‌ی به معادله‌ی $x^۲ + y^۲ = ۱۶$ قرار داشته و هر دو مختصات آن نقاط عددی صحیح باشد، کدام است؟

۱) ۴۱ ۲) ۴۲ ۳) ۴۴ ۴) ۴۵

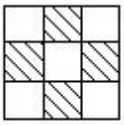
۴۴- تاس سالمی را ۱۰ بار می‌ریزیم، احتمال اینکه ۶ بار برآمد تاس، عددی بزرگتر از ۳ باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۶۳}{۲۵۶}$ ۲) $\frac{۷۵}{۲۵۶}$ ۳) $\frac{۷۵}{۵۱۲}$ ۴) $\frac{۱۰۵}{۵۱۲}$

۴۵- دو نفر قرار گذاشتند که بین ساعت ۷ و ۸ صبح در آزمایشگاهی حاضر شوند هرکدام زودتر رسید فقط ۶ دقیقه منتظر دیگری باشد وگرنه کار خود را شروع کند. با کدام احتمال این دو نفر قبل از شروع کار یکدیگر را ملاقات می‌کنند؟

۱) ۰/۱۸ ۲) ۰/۱۹ ۳) ۰/۲۱ ۴) ۰/۲۴

۴۶- یک سکه به شعاع ۰/۵ سانتیمتر را بر روی صفحه‌ی شطرنجی شکل مقابل که هر ضلع آن ۶ سانتیمتر است پرتاب نموده‌ایم. احتمال اینکه سکه درون مربع‌های سفید قرار گیرد کدام است؟

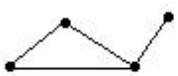
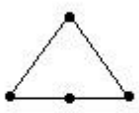
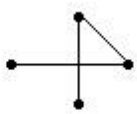


۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۴}{۲۵}$ ۴) $\frac{۵}{۳۶}$

۴۷- چند نوع گراف ساده، همبند و نامتظم که مجموع مرتبه و اندازه آن ۱۰ باشد، وجود دارند؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۴۸- ماتریس $A = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۱ & ۱ \\ ۰ & ۰ & ۱ & ۰ \\ ۱ & ۱ & ۰ & ۱ \\ ۱ & ۰ & ۱ & ۰ \end{bmatrix}$ متناظر با کدام گراف است؟

۱)  ۲)  ۳)  ۴) 

۴۹- در تقسیم عدد طبیعی a بر ۳۷ باقیمانده‌ی تقسیم از مربع خارج قسمت آن ۲ واحد کمتر است، بزرگترین مقدار a مضرب کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۶

۵۰- در نمایش عدد طبیعی ۶۷ در مبنای ۳ رقم صفر چند مرتبه تکرار شده‌است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) فاقد رقم صفر

۵۱- باقیمانده‌ی تقسیم عدد $۲^{۴۲} - ۳^{۴۲}$ بر عدد ۳۵ کدام است؟

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۵ ۴) ۶

۵۲- دو ظرف داریم، در اولی ۵ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه، در دومی ۷ مهره‌ی سفید و ۱۰ مهره‌ی سیاه است، از ظرف اول یک مهره برداشته و بدون رؤیت در ظرف دوم قرار می‌دهیم آنگاه از ظرف دوم یک مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال این مهره سفید است؟

۱) $\frac{۸}{۲۷}$ ۲) $\frac{۱۱}{۲۷}$ ۳) $\frac{۳۴}{۸۱}$ ۴) $\frac{۴۱}{۸۱}$

۵۳- با کدام مقدار a و با کدام حوزه مقادیر x تابع $p\ (x = i) = a\left(\frac{۱}{۳}\right)^{i}$ یک تابع احتمال اولین موفقیت در امتحان i ام است؟

۱) $a = ۱$ ، ناشمارا نامتناهی ۲) $a = ۱$ ، ناشمارا متناهی

۳) $a = ۲$ ، شمارا نامتناهی ۴) $a = ۲$ ، شمارا متناهی

۵۴- در یک کیسه ۵ مهره‌ی سفید و ۷ مهره‌ی سیاه موجود است. ۲ مهره از کیسه خارج می‌کنیم، احتمال این‌که دو مهره همرنگ نباشند کدام است؟

۱) $\frac{۶}{۱۱}$ ۲) $\frac{۱۹}{۳۳}$ ۳) $\frac{۳۵}{۶۶}$ ۴) $\frac{۳۷}{۶۶}$