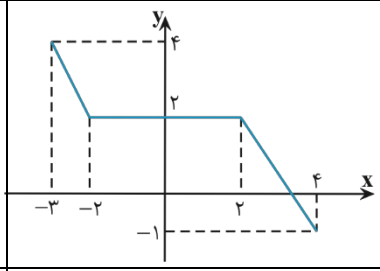
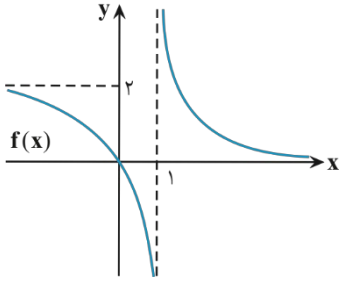
سوالات امتحان درس: **ریاضی ۳**	رشته: **علوم تجربی**	ساعت شروع: **۸ صبح**	مدت امتحان: **۱۱۰ دقیقه**
نام و نام خانوادگی:	پایه: **دوازدهم**	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۱۱	تعداد صفحات: ۱
دانش آموزان روزانه نوبت دیماه ۱۴۰۲	**آموزش و پرورش منطقه۱۶ تهران**		

ردیف	سوالات	بارم
۱	درستی، نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. الف) تابع تانژانت در هر بازه که تعریف میشود اکیداً صعودی است. ب) اگر $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-3}{2x-2}=4$ در اینصورت $f'(1)=8$ است. پ) برد تابع $f(x)=\lvert 4x-x^2-1\rvert$ برابر $[0,+\infty)$ است.	۱/۵
۲	جاهای خالی را با کلمات یا عبارات مناسب پر کنید. الف) تابع $y=\sin 4x$ در بازه $[0,\pi]$ ، ..... است. ب) درجه عبارت $y=2(x-1)^3-(2x-1)^3$ برابر ..... است. پ) حاصل $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1}$ برابر ..... است.	۱/۵
۳	تابع $y=x^3+12x-6x^2$ را به کمک تابع $y=x^3$ رسم کنید.	۱/۵
۴	اگر $f(x)=4-2x$ و $g(x)=x^2+1$ باشد، معادله $(fog)(x)=(gof)(x)-5$ را حل کنید.	۱
۵	وارون تابع $f(x)=x\lvert 2-x\rvert$ را در بازه $[1,2]$ به دست آورید.	۱/۵
۶	نمودار تابع $y=f(x-1)$ به‌صورت مقابل است. الف) نمودار تابع $g(x)=2f(2x)$ را رسم کنید. ب) وسیع‌ترین بازه‌ای که تابع $g(x)$ در آن بازه نزولی است را پیدا کنید. 	۲
۷	اگر دوره تناوب تابع $f(x)=k-\sin(k\pi x)$ برابر ۲ باشد، بیشترین و کمترین مقدار تابع $f(x)$ را حساب کنید. $(k>0)$	۱/۵
۸	اگر $\tan\alpha=\frac{15}{8}$ و α در ناحیه اول باشد، $\sin 2\alpha$ را حساب کنید.	۱/۵
۹	معادله مثلثاتی $\frac{\cos 5x}{\sin x}=1$ را حل کنید.	۱/۵
۱۰	حاصل $\lim_{x\to 4^+}\frac{\sqrt{2}-\pi}{x[x]-16}$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۱۱	اگر $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{(4x-1)^2(x+1)-x^3}{(k-1)x^3-1}=\frac{1}{2}$ باشد، مقدار k را حساب کنید.	۱/۲۵
۱۲	باقیمانده تقسیم $f(x)=x^4+x^3+x-m$ بر $x-2$ برابر ۲ است، باقیمانده $f(x)$ بر $x+1$ را حساب کنید.	۱
۱۳	با توجه به نمودار مقابل حاصل حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim_{x\to 1^+}f(x)$ ب) $\lim_{x\to 1^-}f(x)$ پ) $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ت) $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ 	۱
۱۴	به کمک تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=2x^2$ را در نقطه $x=1$ بدست آورید. سپس معادله خط مماس بر تابع $f(x)$ را در نقطه $x=1$ بنویسید.	۲

www.kanoon.ir

موفق و پیروز باشید

۱-

الف) صحیح ب) غلط پ) صحیح

۲-

الف) پیوسته است

ب) ۳ است

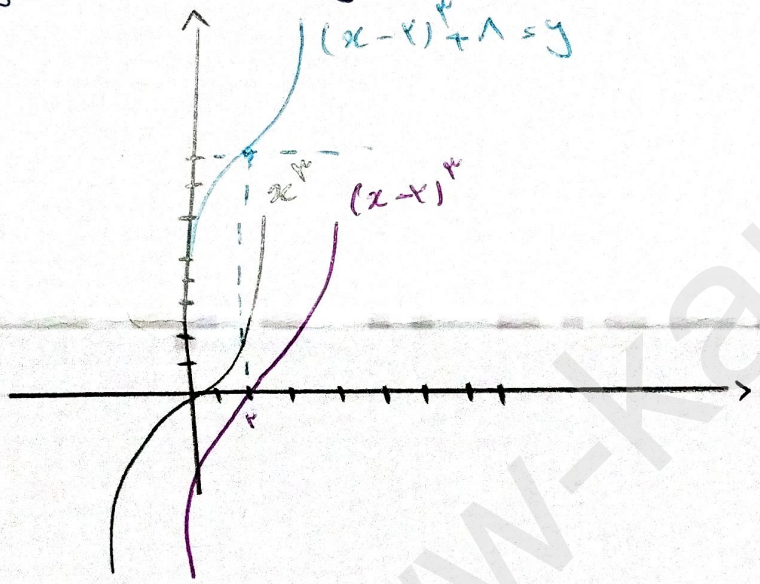
پ) ۴

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)(x+1)}{(\sqrt{x}-1)}$$

$$\lim_{x\to 1}(\sqrt{x}+1)(x+1)=(1+1)(1+1)=4$$

۳-

$$y=12x-6x^2+x^3 \Rightarrow y=x^3-6x^2+12x \Rightarrow y=x^3-6x^2+12x-8+8 \Rightarrow y=(x-2)^3+8$$



۴-

$f(x)=4-2x$

$g(x)=x^2+1$

$$fog(x)=f(g(x))=f(x^2+1)=4-2(x^2+1)=4-2x^2+2$$

$$gof(x)=g(f(x))=g(4-2x)=(4-2x)^2+1=14+4x^2-16x$$

$$(fog)(x)=(gof)(x)-6 \Rightarrow 4-2x^2+2=4x^2-16x+16-6 \Rightarrow -6x^2+16x-7=0$$

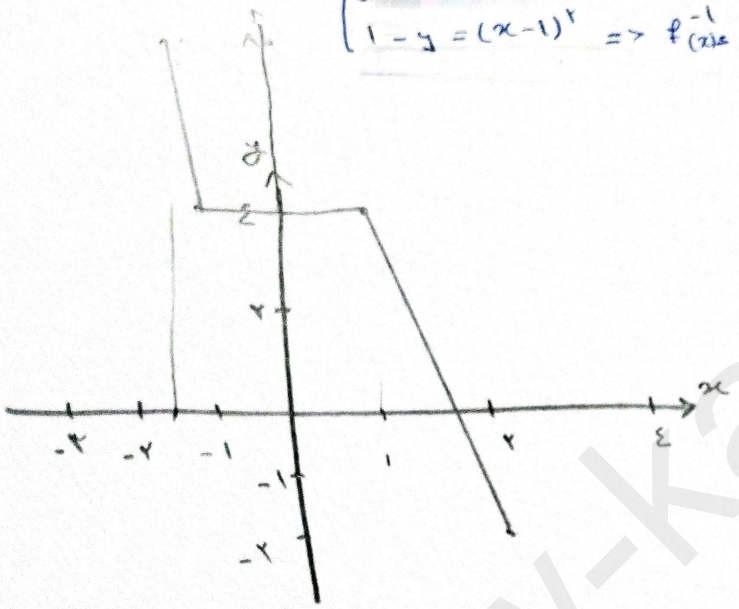
$$\Delta=b^2-4ac \Rightarrow \Delta=16^2+(-4)(-6)(-7) \Rightarrow \Delta=88$$

$$x_1,x_2=\frac{-16\pm\sqrt{88}}{-12}$$

www.kanoon.ir

۱۵- $f(x) = x|۲-x|$

$۲-x=۰ \Rightarrow x=۲ \longrightarrow \begin{cases} y = x|۲-x| \Rightarrow y = x(۲-x) \Rightarrow y = x^۲-۲x \Rightarrow -y+۱ = x^۲-۲x+۱ \Rightarrow \\ ۱-y = (x-۱)^۲ \Rightarrow f^{-۱}_{(x\geq ۲)} = \sqrt{۱-x}+۱ \end{cases}$



۶- ب) $(-\infty, -۱, ۵]$

۷- $f(x) = k - ۶\sin(۴\pi x)$ $\quad T=۲$ $\quad T = \frac{۲\pi}{|B|} \Rightarrow ۲ = \frac{۲\pi}{|B|} \Rightarrow ۲|B| = ۲\pi \Rightarrow |B| = \pi$

$max = |a| + c$

$min = |a| - c$

www-kanoon-ir

۸- $\sin 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha} \longrightarrow \sin 2\alpha = \frac{\frac{3}{4}}{1+\frac{9}{16}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{25}{16}} = \frac{3\times 16}{4\times 25} = \frac{12}{25} = 0.48$

۹-

$\frac{\cos 3x}{\sin x} = 1 \Rightarrow \cos 3x = \sin x$

$x = \frac{\pi + 4\pi k}{12}$ $x = \frac{-\pi + 4\pi k}{12}$

۱۰-

$\lim_{x\to 4^+} \frac{\sqrt{x}-\pi}{x[x]-12} = \lim_{x\to 4^+} \frac{\sqrt{x}-\pi}{0^+} = +\infty$

۱۱-

$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{(4x-1)^2(x+1)-x^3}{(k-1)x^3-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \lim_{x\to\pm\infty} \frac{-x^3}{(k-1)x^3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-1}{(k-1)} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow -2 = k-1 \Rightarrow k = -2+1 \Rightarrow \boxed{k=-1}$

www.kanoon.ir

١٢-

$f(x) = x^4 + x^3 + x - m$

$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

$\rightarrow \frac{f(x)}{x-2} \rightsquigarrow (2^4) + (2)^3 + 2 - m = 2 \Rightarrow 16 - 8 + 2 - m = 2 \Rightarrow 10 - m = 2 \Rightarrow 10 - 2 = m \Rightarrow \boxed{m = 8}$

$\frac{f(x)}{x+1} \rightsquigarrow (x+1=0 \rightarrow x=-1) \rightsquigarrow (-1)^4 + (-1)^3 - 1 - 8 = \boxed{-9 = r}$

١٣-

الف) $+\infty$ ب) $-\infty$ ج) 0^+ د) ٢

١٤-

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{2(x+h)^2 - 2x^2}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{2(x^2 + h^2 + 2hx) - 2x^2}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{2h^2 + 2hx}{h}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{h(2h + 2x)}{h} = \lim_{h \to 0} 2h + 2x = \boxed{2x}$$

∴