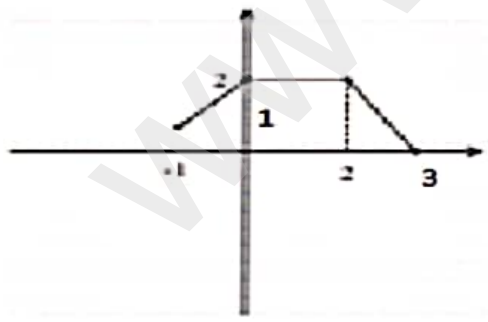
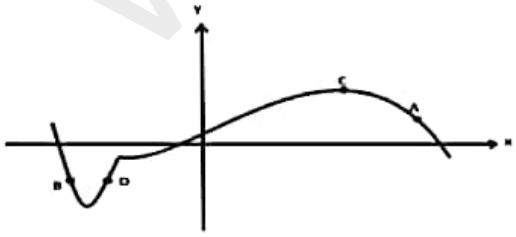
نام:	اداره کل آموزش و پرورش استان چهارمحال و بختیاری مدیریت آموزش وپرورش ناحیه یک شهرستان شهرکرد دبیرستان غیر دولتی اندیشه شهرکرد (دوره دوم متوسطه)	نوبت امتحانی: نوبت اول
نام خانوادگی :		تعداد سوالات : ۱۶
پایه و رشته :	سوالات امتحان درس : ریاضی ۳	مدت امتحان : ۹۰ دقیقه
نمره با عدد : / نمره با حروف :	نام و نام خانوادگی مصحح -امضاء	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۱۰/۰۹
		طراح سوال:مسعود خدادادی

ردیف	با توکل به خدا و آرامش خاطر پاسخ ها را در پاسخنامه وارد کنید.	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید . الف) در تابع $f(x)=ax+b$ اگر $a=0$ باشد، تابع یکنواست . ب) تابع $y=\tan x$ در هر بازه ای که تعریف شده باشد، صعودی است . پ) در بازه ی $[0,1]$ نمودار تابع $y=x^3$ پائین تر از نمودارتابع $y=x^2$ است . ت) رابطه ی $\lim_{x\to a^-} f(x)=+\infty$ به این معناست که اگر f در یک همسایگی چپ نقطه ی a تعریف شده باشد، می توانیم مقادیر f(x) را به اندازه کافی از هر عدد مثبتی بزرگتر کنیم به شرطی که x را از سمت چپ به اندازه ی دلخواه به a نزدیک کرده باشیم .	۱
۲	جاهای خالی را با مناسب ترین عبارت تکمیل کنید . الف) تابع $f(x)=-2x^3(x+1)^2$ یک تابع چند جمله ای از درجه ی ..... است . ب) اگر $A(-1,5)$ نقطه ای روی نمودار تابع $y=2f(x+1)$ باشد، نقطه متناظر با آن روی نمودار تابع $y=-f(2x)-1$ برابر است با ..... پ) اگر $\propto$ در ربع چهارم باشد ، مقادیر $\sin\propto$ ..... (بیشتر ، کمتر) از مقادیر $\tan\propto$ است . ت) تعداد ریشه های معادله ی $\cos x=0$ در بازه ی $[0,2\pi]$ برابر است با	۱
۳	اگر $f(x)=\sqrt{x^2-16}\,,g(x)=\sqrt{x+2}$ دامنه و ضابطه ی gof را بدست آورید .	۱/۲۵
۴	ابتدا دامنه ی تابع $f(x)=x^2+2x+2$ را به نحوی محدود کنید که تابعی وارون پذیر ساخته شود سپس ضابطه ی وارون fرا در آن دامنه بدست آورید .	۱/۵
۵	اگر نمودار تابع $y=f(x)$ به صورت زیر باشد نمودار تابع $y=-2f(x-1)+1$ را رسم کنید . 	۰/۷۵
۶	اگر $f(x)=\frac{1}{8}x-a$ و $f^{-1}(-1)=16$ باشد : الف) مقدار $f^{-1}of(2a-1)$ را بیابید . ب) با فرض $g(x)=2x^3$ حاصل $(g^{-1}of^{-1})(5)$ را بیابید .	۱
۷	نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}x^3-1 & x\le 0\\ -2x+1 & 0<x<2\\ 3 & x\ge 3\end{cases}$ را رسم کنید و مشخص کنید این تابع درجه بازه های صعودی ، نزولی و اکیداً یکنواست .	۱/۵

www-kanoon.ir

۸	دامنه و برد تابع $f(x)=\tan(2x)$ را بدست آورید .	۰/۷۵
۹	دوره تناوب، مقادیر ماکزیمم و مینیمم $y=2+3\cos(-\frac{x}{3})$ را بدست آورید .	۰/۷۵
۱۰	معادلات زیر را حل کنید . الف) $\sin x-\cos 2x=0$ ب) $\cos x\,(2\cos x-9)=5$	۲
۱۱	حاصل $A=\sin\propto\cos\propto\cos 2\propto\cos 4\propto$ را به ازای $\propto=7/5°$ بدست آورید .	۰/۷۵
۱۲	اگر چند جمله ای $2x^3+x-k$ بر $x-1$ بخش پذیر باشد، باقی مانده تقسیم $f(x)=kx^4+2x^3-x+1$ بر $x+2$ را بیابید .	۱
۱۳	حاصل هر یک از حدهای زیر را بدست آورید . الف) $\lim_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{2x-1}}{x^2-x}$ ب) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{x+1}{\sin x-1}$ ب) $\lim_{x\to+\infty}\frac{3+\frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x}-5}$	۳
۱۴	نمودار تابعی مانند f رسم کنید که همه ی شرایط زیر را داشته باشد . الف) $\lim_{x\to(-1)^+}f(x)=-\infty$ ب) $f(0)=3$ پ) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$	۰/۷۵
۱۵	تابع $f(x)=3x^2-2x+2$ را در نظر بگیرید : الف) با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع f را در نقطه ای به طول $x=1$ واقع بر آن بدست آورید. ب) معادله خط مماس بر منحنی f در نقطه ا ی به طول $x=1$ واقع بر منحنی را بدست آورید.	۲
۱۶	نقاط داده شده روی نمودار را با مشتق های داده شده در جدول نظیر کنید .  x | -------- | -------- | -------- | ------- $f'(x)$ | ۲ | ۰ | -۱ | -۲	۱
	موفق باشید خدادادی	۲۰ جمع بارم

www-kanoon-ir

پاسخنامه امتحان نوبت اول ریاضی (۳) مدرسه اندیشه تهران ۹۵/۱۰/۱۴۰۲

۱- الف) ✓ ب) ✓ ج) ✗ د) ✗ (۱ نمره)

۲- الف) صفر ب) $(\frac{\pi}{2}, 0)$ ج) بی‌شمار د) دو (۱ نمره)

۳- $D_f = ?$ $x^2 - 14 \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 14 \rightarrow x \geq 4$ یا $x \leq -4$ (۱/۲۵ نمره)

$D_f = (-\infty, -4] \cup [4, +\infty)$

$x + 2 \geq 0 \rightarrow x \geq -2 \rightarrow D_g = [-2, +\infty)$

$D_{g \circ f} = \{ x \in D_f \mid f(x) \in D_g \} = \{ x \in (-\infty, -4] \cup [4, +\infty) \mid \sqrt{x^2 - 14} \geq -2 \}$

$= (-\infty, -4] \cup [4, +\infty)$ ✓

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \sqrt{\sqrt{x^2 - 14} + 2}$

۴- $f(x) = x^2 + 2x + 2$ $S \Big|_{\text{کمترین}}^{-1} D = [-1, +\infty)$ ✗ (۱ نمره)

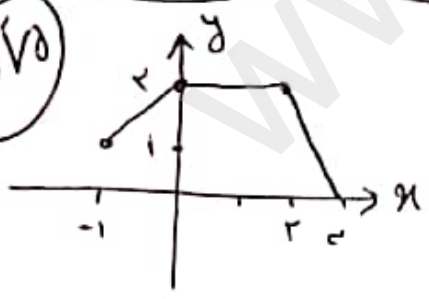
$y = a(x - h)^2 + k$

$y = (x + 1)^2 + 1 \rightarrow y - 1 = (x + 1)^2 \Rightarrow \sqrt{y - 1} = \sqrt{(x + 1)^2}$

$\sqrt{y - 1} = |x + 1| = x + 1 \Rightarrow \sqrt{y - 1} - 1 = x \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x - 1} - 1$

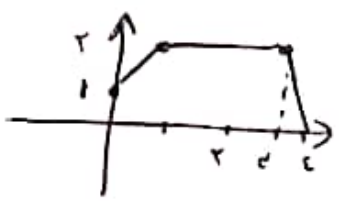
(✗) (+)

۵- (۱/۷۵ نمره)

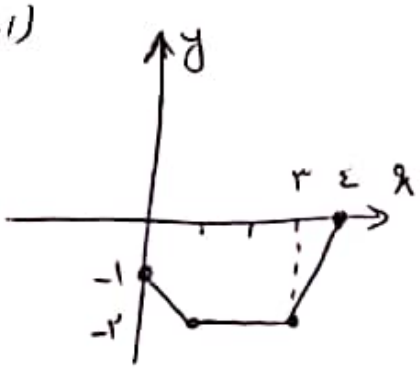


$y = -2f(x - 1) + 1$

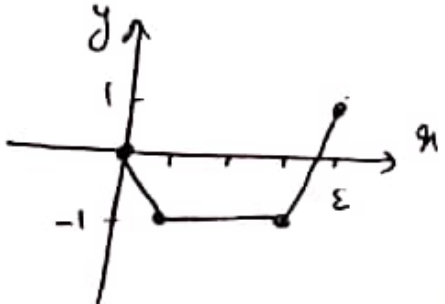
① $y = f(x - 1)$ یک واحد راست



② $y = -2f(x - 1)$ نسبت به محور x ها قرینه



③ $y = -2f(x - 1) + 1$ یک واحد بالا



www.kanoon.ir

۶- ① $f(x)=\frac{1}{۸}x-a$

الف) $f^{-1}(-1)=۱۴ \rightarrow f(۱۴)=-1 \rightarrow \frac{1}{۸}(۱۴)-a=-1 \rightarrow ۲-a=-1 \Rightarrow a=۳$

$f(x)=\frac{1}{۸}x-۳$

$f^{-1}\circ f(۲a-1)=f^{-1}\circ f(۵)=۵$

ب) $g(x)=۲x^{۳}$ $\quad (g^{-1}\circ f^{-1})(۵)=g^{-1}(f^{-1}(۵))$

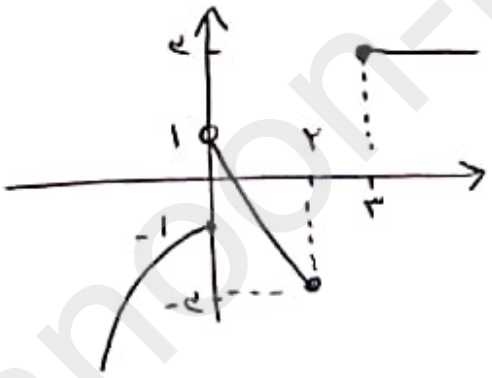
$f^{-1}(۵)=۶۴$ $\quad =g^{-1}(۶۴)=?$ $\quad ۲x^{۳}=۶۴$

$x^{۳}=۳۲ \rightarrow x=\sqrt[۳]{۳۲}$

$=\sqrt[۳]{۳۲}$

۷- (۱۵)

$$f(x)=\begin{cases} x^{۳}-۱ & x\le ۰ \\ -۲x+۱ & ۰<x<۲ \\ ۳ & x\ge ۲ \end{cases}$$



صعودی: $(-\infty, ۰]$

نزولی: $(۰, ۲]$

ثابت: $[۲, +\infty)$

۸- (۱۷)

$f(x)=\tan(۲x) \quad ۲x\neq k\pi+\frac{\pi}{۲} \Rightarrow x\neq \frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}$

$D=\{x\in\mathbb{R} \mid x\neq k\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴} : k\in\mathbb{Z}\}, \quad R=\mathbb{R}$

۹- (۱۸)

$y=۲+۳\cos(\frac{-x}{۲}) \quad T=\frac{۲\pi}{|-\frac{۱}{۲}|}=\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲}}=۴\pi$

$max=۳+|۲|=۵$

$min=۲-|۳|=-۱$

۱۰- ② $\sin x-\cos ۲x=۰ \quad \sin x-(۱-۲\sin^{۲}x)=۰$

$۲\sin^{۲}x+\sin x-۱=۰ \xrightarrow{\sin x=t} ۲t^{۲}+t-۱=۰ \begin{cases} t=-1 \\ t=\frac{۱}{۲} \end{cases}$

$\sin x=-1 \Rightarrow x=۲k\pi+\frac{۳\pi}{۲} \quad k\in\mathbb{Z}$

$\sin x=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \sin x=\sin\frac{\pi}{۶} \Rightarrow x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶}$

$x=(۲k+۱)\pi-\frac{\pi}{۶} \quad k\in\mathbb{Z}$

www.kanoon.ir

-10

ب) $\cos x(2\cos x - 1) = 1 \Rightarrow 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

$\cos x = t \longrightarrow 2t^2 - t - 1 = 0 \longrightarrow \Delta = 1 - 4(2)(-1) = 1 + 8 = 9 > 0$

$$\begin{cases} t = \frac{1+3}{4} = 1 \longrightarrow \cos x = 1 \text{ قبول} \\ t = \frac{1-3}{4} = -\frac{1}{2} \longrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \longrightarrow \cos x = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$

$x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad ; k \in \mathbb{Z}$

-11

(گاج) $A = \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot \cos 2\alpha \cdot \cos 4\alpha$

$\alpha = 15^\circ \longrightarrow A = \sin 15^\circ \cos 15^\circ \cos 30^\circ \cos 60^\circ$

$\frac{1}{2}\sin 15^\circ \cos 15^\circ$

$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)\sin 30^\circ \cos 30^\circ = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\right)\sin 60^\circ = \frac{1}{8}\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{16}$

-12

① $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \xRightarrow{\text{ضریب ثابت}} 2(1)^2 + 1 - k = 0 \Rightarrow k = 3$

$f(x) = 2x^4 + 2x^2 - x + 1$

$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \longrightarrow f(-2) = 2(-2)^4 + 2(-2)^2 - (-2) + 1$

$= 32 - 16 + 2 + 1 = 19$

-13

الف) $\lim_{x\to 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - x} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{مزدوج}} \lim_{x\to 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - x} \times \frac{x + \sqrt{2x-1}}{x + \sqrt{2x-1}}$

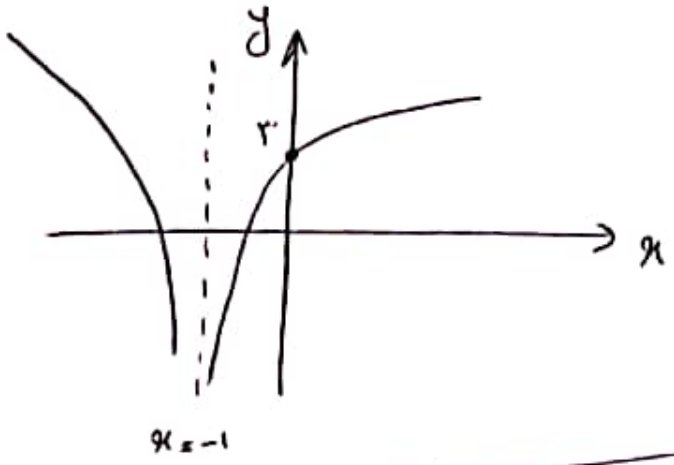
⑤

$= \lim_{x\to 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x(x-1)(x+\sqrt{2x-1})} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)^2}{x(x-1)(x+\sqrt{2x-1})} = \lim_{x\to 1} \frac{x-1}{x(x+\sqrt{2x-1})} = 0$

ب) $\lim_{x\to+\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5} = \lim_{x\to+\infty} \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$

پ) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{x+1}{\sin x - 1} = \frac{\frac{\pi}{2}+1}{1-1} = \frac{\frac{\pi}{2}+1}{0^-} = -\infty$

www.kanoon.ir



۱۴-

(۲۸)

۱۵-

② $f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$;

الف)

$$f'(1)=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{2x^2-2x+2-2}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{2x^2-2x-1}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(2x+1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}2x+1=\boxed{4}$$

ب) $m=f'(1)=4$, $A|_{2}^{1}$ $\rightarrow$ $y=mx+h$

$y=4x+h \xrightarrow[y=2]{x=1}$ $2=4+h$ $\quad h=-1$

$\boxed{y=4x-1}$

۱۶-

①

x	D	C	A	B
$f'(x)$	۲	۰	-۱	-۲